

LA t.n. "PROBLEMO DE MONTY HALL"

Antonio Alonso Núñez (Hispanio).- Apr. 2015
nunjes@telefonica.net

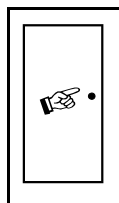
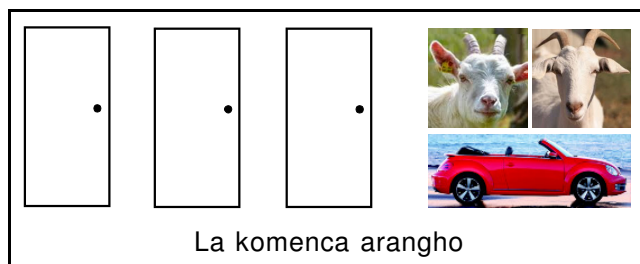
Pluraj paghoj de Wikipedia temas pri la originala prezentado de la t.n. "Problemo de Monty Hall" –prezentado vekinta intensan debaton kaj kauxinta grandan surprizon al multaj personoj.

-- En chi-sekvaj sekcioj (1), (2), (3), (4) kaj (5) respektive temas pri la konsisto de la problemo, solvo de ties kerna parto, kompleta studo pri chiuj ebloj kadre de la problemo, pluraj komplementaj rimarkoj, kaj detala analizo pri la tuto.

=====

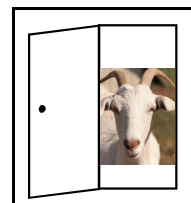
(1) Konsisto de la problemo.

(a) En amuz-programo, partoprenanto-ludanto trovigas antaŭ tri fermitaj pordoj, pri kiuj li scias nur ke, por eblaj premioj che la ludo-fino, du el ili "kashas" po unu kapron, kaj ke la aliu kashas unu auton.- La program-gvidanto, diference, ja scias, 'kion kashas chiu unuopa pordo.



(b) La ludanto tuj poste aleatore elektas na unu el la pordoj, sed ghin nur almontras, char antaŭ ol tio, ke oni ghin malfermus...

(c) ... la gvidanto, helpe de siaj scioj pri la kashajhoj, adekvate elektas na unu el la du aliuj pordoj, kaj ghin malfermas, montrante, ke tie trovigas kapro.



(d) Kaj post tio, la gvidanto donas al la ludanto duan shancon por atingi sian premion, lin invitante fari duan kaj definitivan elekton el la pordo-duopo da ankoraŭ fermitaj pordoj (el kiuj, tial, unu estas tiu komence almontrita de la ludanto, kaj el kiuj unu kashas la auton kaj la aliu kashas la aliu kapron).



(e) Kaj che tio jena demando shprucas: 'Kio estas pli avantagha por la ludanto, 'chu resti che la jam elektita pordo, au shanghi kaj preni la aliu pordon el tiuj du?.'

=====

(2) Solvo de la kerna demando (1.e).

(2.1) Plej koncize:

(a) Mi preferas auton, ol kapron.

(b) El tri fojoj lau la unua elekto, jen mi averaghe trafos la pordon kun auto en unu fojo, kaj trafos pordon kun kapro en du fojoj.

(c) Sekve, por la dua elekto, en tiu (nekonata) unu fojo konvenus al mi resti che la sama pordo, kaj en tiuj (nekonataj) du fojoj konvenus al mi elekti la aliu pordon.

(d) Tial, la gherala strategio al mi konvena por la dua elekto estas, chiukaze elekti la aliu pordon (char en tiu unu fojo mi trafos pordon kun kapro, kaj en tiuj du fojoj trafos la pordon kun auto).

(2.2) Ne tiel koncize, sed pli klare:

(a) Se la unuan, aleatoran elekton mi ripetos multfoje, jen, averaghe el tri fojoj, mi trafos la pordon kun auto en unu fojo, kaj trafos pordon kun kapro en du fojoj.

(b) Se por la dua elekto mi sisteme restos che la sama pordo, jen mi restos che la rezultoj de (a).- Sed se por la dua elekto mi sisteme prenos la alian pordon de la duopoj, jen se mi unue trafis la pordon kun auto, nun trafos pordon kun kapro, kaj reciproke; sekve, averaghe el tri fojoj, nun en unu fojo mi trafos pordon kun kapro, kaj en du fojoj trafos la pordon kun auto –ja inverse ol en (a).

(c) Tial, por tiuj preferantaj kapron, la konvena strategio estas, chiukaze resti che la sama pordo.- Kaj por tiuj preferantaj auton, la konvena strategio estas, chiukaze preni la alian pordon de la duopoj.

=====

(3) Kompleta studo pri chiuj tri alternativoj fakte eblaj en la problemo.

(a) De la chekomenca pordo-triopo oni konas nur la konsiston (kvankam oni ne scias, 'kion fakte kashas chiu pordo), kaj tial el ghi nur aleatora elekto estas ebla.

Nu, che tio, ni faras la bazan supozon, ke se la ludon oni ripetos multfoje, jen chiuj pordoj estos elektataj proksimume egale ofte; tial, chiu el ili en pli-malpli unu triono de la tuto da fojoj (sekve, la pordo kun auto en pli-malpli $1/3$ de tiu tuto, kaj pordo kun kapro en pli-malpli $2/3$ de tiu tuto).- Ankaŭ ke, proksimume kaj averaghe, el tri fojoj, la pordo kun auto estos unufoje elektata, kaj pordo kun kapro dufoje (ja paralele al tio, ke ekzistas unu pordo kun auto kaj du pordoj kun kapro).

Rim.- Tia averagha "unufoje auto kaj dufoje kapro" ja estus la definitiva rezulto, se la ludo estus nur unufaza, konsistanta nur en tia unua elekto. •

(b) Post chiu el la diversaj chekomencaj eblaj elektoj fare de la ludanto, la gvidanto eliminis difinitan pordon kun kapro, tiel ke respektiva difinita duopo da fermitaj pordoj "auto plus kapro" restas.

Kaj duafaza, definitiva elekto estu farata el tiaj duopoj.

(c) Pri tiaj pordo-duopoj oni konas ne nur la konsiston, sed ankaŭ, 'kiu ties pordo estis komence almontrita, kaj de tia kompleksa kono venas, ke por la daŭrigo de la ludo pere de la duopoj jenaj tri malsamaj sistemaj strategioj eblas: Au simple resti che la sama pordo antaŭe almontrita, au rekte preni la alian pordon de la duopoj, au el la duopoj fari duan, aleatoran elekton.

-- Nu, la demando (1.e) temas nur pri la du unuaj el tiuj tri strategioj, sed por kompleteco ni ja studos ankaŭ pri la tria.

(d) Se el la pordo-duopoj oni sisteme restas che la pordo chekomence almontrita, jen oni simple senshanghe restas che la rezultoj de la unua elekto lau (a) (t.e., proksimume kaj averaghe, el tri fojoj, "unufoje auto kaj dufoje kapro").

Rim.- En chi strategio ne rolas la scio pri la konsisto de la duopoj, sed nur la scio, pri 'kiu estas la pordo komence almontrita; ghi, tial, propre eĉ ne estas ia nova, dua elekto, sed nura konfirmo de la unua elekto, do kvazaŭ temas nur pri unufaza ludo.- Per ghi, el chiu pordo-duopo nur unu difinita rezulto estas ebla. •

(e) Se el la pordo-duopoj oni sisteme prenas la pordon alian ol tiu komence almontrita, jen se la almontrita estas tiu kun auto, nun pordo kun kapro komute iĝas prenita, kaj reciproke.- Tial, oni venas al rezultoj inversaj al tiuj de (a) (t.e., nun, proksimume kaj averaghe, el tri fojoj, en unu fojo pordo kun kapro, kaj en du fojoj la pordo kun auto).

Rim.- [i] En chi nova strategio rolas káj la scio pri la jam elektita pordo káj tiu pri la konsisto de la duopoj.- Ankaŭ per ghi el chiu duopo nur unu difinita rezulto estas ebla. •

[ii] Responde nur al (1.e): La strategio (d) estas tiu konvena por preferantoj kapron, kaj la strategio (e) por preferantoj auton. •

(f) Se el la pordo-duopoj oni sisteme faras aleatoran elekton, jen lau baza supozo analoga al tiu rolanta en (a), okazos ke, che multfoja ripeto la ludon per chiaj duopoj, ni venos al tio ke, proksimume kaj averaghe, el du fojoj, la pordo kun auto estos unufoje elektata, kaj ankaŭ unufoje pordo kun kapro (ja paralele al tio, ke en chiu duopo ekzistas la pordo kun auto kaj unu pordo kun kapro).

Rim.- [i] En chi nova strategio rolas nur la scio pri la konsisto de la duopoj, ĉar en ghi oni tute preteratentas la scion pri la pordo komence elektita.- Per ghi, du malsamaj rezultoj estas eblaj

el chiu duopo (au la pordo komence elektita, au tiu komence ne elektita –kio estas afero fremda al (2.e)).•

[ii] Kiom koncernas na la finaj rezultoj, jen tia kompleksa ludo per la tria strategio ekvivalentas al tre pli simpla, unufaza ludo, nome: Ke chekomence temus nur pri du pordoj, unu kun auto kaj unu kun kapro, kaj ke el tiu oni rekte farus unu solan, definitivan aleatoran elekton.•

(g) La cheloj kun kolora fono en chi tabelo prezentas na la nombraj rezultoj alvenitaj per la diversaj strategioj, kaj la ceteraj kolonoj prezentas na kelkaj simplaj kalkuloj surbaze de tiuj:

Strategioj	Fojoj (proksimume, averaghe)			Rejshoj (= probabloj)	
	Auto	Kapro	Entute	Auto/Entute	Kapro/Entute
Aleatore el la chekomenca triopo / Res-tante che la sama pordo el la duopoj...	1	2	3	$1/3 = 2/6$	$2/3 = 4/6$
Aleatore el la duopoj.....	1	1	2	$1/2 = 3/6$	$1/2 = 3/6$
La aliu pordo el la duopoj.....	2	1	3	$2/3 = 4/6$	$1/3 = 2/6$

-- El la koloraj cheloj oni rekte konstatas, ke la strategio kies rezulto estas "Unu pordo kun auto kontrau du pordoj kun kapro" estas malpli favora por premie ricevi la auton ol la strategio kun rezulto "Unu pordo kun auto kontrau unu pordo kun kapro", kaj tiu chi malpli favora ol tiu kun rezulto "Du pordoj kun auto kontrau unu pordo kun kapro".

Tia kreskanta favoreco vidighas pli klare en la kvara kolono, lau kiu, el 6 fojoj, oni proksimume kaj averaghe ricevos la pordon kun auto en respektive 2, 3 kaj 4 fojoj.

-- La strategio "Aleatore el la duopoj" estas malpli favora por ricevi kapron ol "La sama pordo el la duopoj", kaj malpli favora ankau por ricevi auton ol "La aliu pordo el la duopoj".- Ghi, tial, estas konvena por neniu.

=====

(4) Komplementaj rimarkoj.

(a) Multaj el la personoj kiuj unufoje studas chi problemon, preteratentas (au konsideras sena je gravo) la datumon pri la chekomence elektita pordo, kaj tial atentis nur la konsiston de la pordo-duopoj, tiele venante al la erara konkludo, ke la elekto el tiuj povas esti nur aleatora.

-- Al tia erara enfokusigo helpas la fakto, ke la rekte aleatora elekto estas pli konata, kaj koncepte pli simpla, ol elektoj dependaj au kondichitaj de pli kompleksaj konsideroj.

-- Ja, tamen, tia strategio pri la pordo-duopoj estas perfekte valida, kaj ties averagha rezulto "unufoje auto kaj unufoje kapro" estas pli avantagha por tiuj preferantaj auton ol la provizora "unufoje auto kaj dufoje kapro" el la pordo-triopo (kaj malpli avantagha por tiuj eventuale preferantaj kapron).

-- Sed tio ne estas la sola strategio ebla kaj, krome, ne rilatas al la demando **(1.e)**.

(b) La demando **(1.e)** " 'Kio estas pli avantagha por la ludanto, 'chu resti che la jam elektita pordo, au shanghi kaj preni la aliun pordon el tiuj du?' " ne interesighas, do, pri la avantaghoj au malavantaghoj de la aleatora elektado en la duopoj –afero iel surpriza, speciale por tiuj opiniantaj, ke ghuste la aleatora strategio estas tiu adekvata, kaj kiuj tial shatus ian klarigon pri sia eraro.

-- Fakte, la demando adekvata al la problemo estus, simple, " 'Kiu estas por la ludanto la strategio plej konvena por la elekto el la duopoj?' " (tiel ke esplorendus pri chiuj eblaj alternativoj).– Sed tio chi probable estus demando tro faka kaj abstrakta, kaj tial malpli adekvata kaj malpli alloga por la publika amuz-programo en kies kadro la ludo lausupoze malvolvighas.

(c) Lau pluraj paghoj de Wikipedia, por iuj personoj ighas paradoksa au kontrauintuicia la salto de $1/3$ al $2/3$ en la probablo premie ricevi auton lau tio, ke oni restas che la jam elektita pordo, au ke oni elektas la aliun pordon de la pordo-duopoj.








-- Nu, tiaj kvalifikoj shajnas ekscesaj, char tia duobligo de la probablo propre povas eventuale igi nur simple surpriza.

(d) Kvankam fremdaj al la problemo mem, estas interese rimarki jenajn aferojn, kiuj estus gravaj che eventuala fakta organizado la ludon:

-- Por chiu nova lud-okazo oni bezonus anstatauigi na la ajhoj premie jam donitaj per aliaj samspecaj. -- Krome, estus tiam konvene sekrete aliloki la ajhojn, por provi eviti ke la novaj ludontoj, surbaze de la antaŭaj lud-rezultoj, povus ion dedukti pri la lokado.

La plej bona arango por tiaj relokadoj ja estus tion fari aleatore,

ekzemple, pere de jhetkubo, kies chiu faco













						
	K_1K_2A	K_1AK_2	K_2K_1A	K_2AK_1	AK_1K_2	AK_2K_1

respondus al difinita ordigo de la ajhoj.

Rim.- En la unua elekto lau (1.a.b), por la ludanto chiukaze temas pri unu sola arango el tri fermitaj pordoj, sed por la gvidanto temas pri ses eblaj arangoj por la ajhoj (au pri nur tri arangoj se al li ne gravas distingi inter la du kaproj). -- Krome, char che chiu tia arango la ludanto povas elekti kiun ajn el la tri pordoj, jen en la dua elekto lau (1.d) povas respektive temi pri 18 au 9 malsamaj duopo-arangoj el unu pordo kun auto kaj aliu pordo kun kapro.

-- La gvidanto, krome, povus shirmi la ludon kontraŭ eventualaj informo-likoj al la partoprenantoj, metante la regulon, ke la aleatoraj elektoj el la pordo-triopo (kaj, siakaze,

ankau el la pordo-duopoj) estu farataj pere de jhetkubo.

											
Liva pordo			Centra pordo			Liva pordo			Dekstra pordo		

=====

(5) Detala analizo pri la tuto.

(a) La ludo komencighas che pordo-triopo, en kiu unu pordo kashas la $\{K_1, K_2, A\}$ unuan kapron, aliu kashas la duan kapron, kaj la aliu kashas la auton.

(b) Che chiu el la arangoj lau kiuj la gvidanto povas loki la ajhojn (vidu en (4.d)), la ludanto almontras (kaj ne malfermas) kiun ajn el la tri por-

	El la triopo			Elekto el la koncernaj duopoj		
	La ludanto aleatore almontras	La gvidanto nepre malfermas	Respektive restanta duopo	Prenante la saman pordon	Prenante la alian pordon	Aleatore prenante la pordon
la ludanto almontras	K_1	K_2	$\{K_1, A\}$	K_1	A	K_1 A
(kaj ne malfermas)	K_2	K_1	$\{K_2, A\}$	K_2	A	K_2 A
kiun ajn el la tri por-	A	K_1 au K_2	$\{A, \mathcal{K}\}$	A	\mathcal{K}	A \mathcal{K}

doj en chiu fojo en kiu la unua elekto estas farata. [La rugha koloro de tiuj literoj distingas ekde nun la pordojn chekomence elektitajn].

-- Lau la baza supozo en (3.a), jen che multfoja ripeto la ludon okazas, ke chiu pordo estas proksimume egale ofte almontrataj (do, chiu el ili en pli-malpli unu triono de la tuto da fojoj); ankaŭ ke, proksimume kaj averaghe, el tri fojoj, la pordo kun auto estas unufoje almontrata, kaj pordo kun kapro dufoje.

(c) En tiu triono da fojoj (au en tiu averagha unu fojo) en kiu la ludanto almontris la pordon kun la unua kapro, tiukaze la gvidanto nepre malfermas tiun kun la dua kapro, kaj inverse. Kaj se tiu almontris la pordon kun la auto, jen li indiferece malfermas kiun ajn el la du pordoj kun kapro.

-- Rimarkendas, ke tia ago fare de la gvidanto ne estas aleatora, sed determinisma, char ghiaj rezultoj estas unikaj, strikte determinitaj de tio, kiun la ludanto antaue almontris.

(d) La pordo tiele malfermita de la gvidanto ighas eliminata por la daurigo de la ludo, tiel ke tiu chi pluas per la respektive restantaj pordo-duopoj.- (La litero \mathcal{K} ja respondas al kiu ajn el la du pordoj kun kapro).- [La blua koloro distingas en la pordo-duopo na la pordo ne elektita chekomece].

-- L'o decide grava en tio chi ja estas, ke, kadre de la averagha fojo-triopo preparolita fine de **(b)**, jen en la *sola fojo* en kiu oni tiam elektis la pordon kun auto, al tiu chi nun aldonighas pordo kun kapro por formi la koncernan pordo-duopon, kaj en la *du fojoj* en kiuj oni tiam elektis pordon kun kapro, al tiu chi nun aldonighas la pordo kun auto.

-- El tiuj pordo-duopoj oni faru la duan kaj definitivan elekton.- Nu, kiel dirite en **(3.c)**, ekzistas tri eblaj strategioj por tia daurigo de la ludo (kaj el kiuj nur du gravas por **(1.e)**).

(e) La unua el la du strategioj pri kiuj **(1.e)** demandas, konsistas simple en tio, ke oni restas che la sama pordo komence elektita.

Nu, tiele oni ja revenas al la rezultoj de la chekomenca elekto, nome, proksimume kaj averaghe, el tri fojoj, jen en unu fojo la pordo kun auto, kaj en du fojoj pordo kun kapro.

-- Rimarkendas, ke tiu chi elekto ne estas aleatora, sed determinisma, char ghiaj rezultoj estas unikaj, strikte determinitaj de la rezultoj de la chekomenca elekto kaj de tiuj de la ago fare de la gvidanto. (Alivorte: La sola fakto, ke oni decidis sekvi tian strategion, signifas senplie elekti la solan eblan rezulton).

Rim.- Char oni simple ree elektas la jam elektitan pordon, jen, finfine, en la rezultoj de tio chi estas neniel influa la fakto, ke la gvidanto eliminis difinitan pordon kun kapro (kaj egale seninflua estus, se li eliminus neniun pordon, au eliminus la du aliajn ol tiu komence elektita, au se li aldonus pliajn pordojn kun kapro kaj/au auton au kun kio ajn).- Fakte, en tio chi ech ne temas pri dua elekto, sed pri nura konfirmo de la unua elekto, do kvazau temus pri respondo al jena eventuala peto de la gvidanto antau ol malfermi ion ajn: "Bonvolu diri pli laute, 'kiun pordon vi elektas, char ni ne audis vin bone'".•

(f) La dua el la du strategioj pri kiuj temas en **(1.e)** konsistas en la elekto, el la pordo-duopoj, de la pordo chekomece ne elektita en la koncerna fojo de la averagha triopo da fojoj: Nu, che tia komutado la pordojn, jen en la *sola fojo* en kiu oni antaue elektis la pordon kun auto jen nun oni elektas pordon kun kapro, kaj en la *du fojoj* en kiuj oni antaue elektis pordon kun kapro, jen oni nun elektas la pordon kun auto.

--- Ree rimarkendas, ke ankau tiu chi elekto ne estas aleatora, sed determinisma, char ankau ghiaj rezultoj estas unikaj, strikte determinitaj de la rezultoj de la chekomenca elekto kaj de tiuj de la ago fare de la gvidanto (do, ree, elektinte la strategion, jen senplie ighas elektita la sola rezulto ebla).

Rim.- Male al tio okazanta che la rezultoj de la unua strategio, jen nun estas influa, kaj decide, la fakto ke post la komenca elekto la gvidanto eliminis difinitan pordon kun kapro, char ghuste tio ebligas la diritan komuton inter pordoj kun kapro kaj pordoj kun auto.•

(g) La tria ebla strategio citita en **(d)** konsistas en tio, ke oni tute preteratentas la fakton, ke oni scias, 'kiun pordon oni komence elektis, kaj oni limighas al aleatora elektado el la pordo-duopoj.

Nun temas pri proprasenca elekto lau tio, ke post la decido sekvi tiun strategion, jen oni venas al elekto el inter du eblaj rezultoj, nome, au pordo kun kapro, au pordo kun auto.

-- Nu, kadre de la multfoja ripetado la ludon lau **(b)**, jen ankau la elektado el chiu el tiaj duopoj okazos multfoje, kaj pro la baza supozo tie dirita, jen nun okazos ke, proksimume kaj averaghe, el chiu fojo-duopo, en unu fojo oni elektos la pordon kun auto, kaj ankau en unu fojo la pordon kun kapro.

Tial, kiom koncernas la rezultojn de la pordo-elektado, jen la tuto

$\{K_1, A\}$	K_1	\vdots	A
--------------	-------	----------	-----

 okazas, kvazau oni chiukaze havus aferon al nur ripeta elektado el unu sola el tiuj pordo-duopoj, kun averaghaj rezultoj de po unu pordo kun kapro en rilato al unu pordo kun auto.

Nota.- Per chi strategio, la influo de la ago de la gvidanto ja reduktighas al la ghenerala fakto, ke de chiu komence elektita pordo derivighas difinita pordo-duopo.- Krome, per ghi jen foje oni

elektos la saman chekomence elektitan pordon, kaj foje la aliu pordon, kaj tial temas pri strategio ne inkludita en la demando **(1.e)**; tamen, por kompleta studo pri la problemo oni ja ne povus eviti ankau ghin preni en konsideron apud la du aliuj strategioj.

(h) En la tabelo **(3.g)** kontraste montrighas la nombraj rezultoj de chiuj traktitaj strategioj.

