



vertico. Vidu tabelon 1. Ĉe la sesedro (= kubo) la facoj estas regulaj kvarlateroj (= kvadratoj). Ĉe la dekduedro la facoj estas regulaj kvinlateroj (= pentagonoj).

La helena matematikisto, Eŭklido (ĉ 300 aK), sciis, ke povas esti ne pli ol kvin platonaj korpoj. Kial? Unue pripensu, ke ĉe ĉiu vertico devas kuniĝi almenaŭ tri simetria plurlateroj. Se estus nur du plurlateroj ĉe vertico, la figuro ne povus esti tridimensia.

Vidu Figuron 2. En Figuro 2A oni vidas, ke se oni havus tri simetriajn trilaterojn kiuj kunmetiĝas ĉe punkto, kaj se oni faldus laŭ la eĝoj tiel ke rekto 'a' kuniĝas kun rekto 'b', kreiĝintus unu vertico de simetria kvaredro. Simile, pripensu Figuron 2B: se ekzistus kvar trilateroj ĉe punkto kaj oni faldus tiel ke rekto 'a' kuniĝus kun rekto 'b', ekestus vertico de okedro. En Figuro 2C ni vidas, ke se estus kvin trilateroj ĉe punkto, faldado kaj kunmeto de 'a' al 'b' kreus verticon de dudekedro. Tamen, se ses simetria trilateroj kuniĝus ĉe punkto, ne estus spaco por faldi laŭ la eĝoj por krei verticon (Figuro 2Ĉ); ses regulaj trilateroj ĉe vertico ne eblas. La nombro de trilateroj ĉe vertico devas esti tri, kvar aŭ kvin: jen la kvaredro, la okedro kaj la dudekedro.

Rigardu Figuron 3. Se estas tri kvadratoj ĉirkaŭ punkto (Figuro 3A), oni povas faldi tiel ke rekto 'a' kuniĝas kun rekto 'b' – jen vertico de sesedro (kubo). Tamen, se kvar kvarlateroj kuniĝus ĉe punkto (Figuro 3B), mankus spaco por faldi. Do, vertico el kvadratoj devas enhavi precize tri; nek du nek kvar eblas.

Pripensu nun kvinlaterojn. Pli ol tri eĉ ne povas kuniĝi ĉe punkto. Tamen, en Figuro 3C oni vidas, ke estas faldspaco kiam oni kune kunmetas tri kvinlaterojn. Jen vertico de dekduedro. Tamen, se tri seslateroj kuniĝus ĉe punkto (Figuro 3Ĉ), ne estus faldspaco. Do, ni ĵus montris, ke regula seslatero ne povas esti faco de simetria pluredro.

Jen ĉio. Ne estas aliaj eblecoj. Ni devas konsenti kun Eŭklido: Ne povas pli ol kvin tutsimetria pluredroj.

Geometria Figuro	Formo de Facoj (edroj)	No. da Facoj	No. da Verticoj	No. da facoj ĉe ĉiu vertico	No. da Eĝoj
Kvaredro	trilatera	4	4	3	6
Sesedro (kubo)	kvarlatera	6	8	3	12
Okedro	trilatera	8	6	4	12
Dekduedro	kvinlatera	12	20	3	30
Dudekedro	trilatera	20	12	5	30

Tabelo 1

Rimarku en Tabelo 1, ke sesedro (kubo) kaj okedro havas ĉiu 12 eĝojn, kaj ke, dekduedro kaj dudekedro havas ĉiu 30 eĝojn. Ĉu estas rilato inter la du membroj de ĉiu grupo? Jes. Ĉiu membro de paro estas inverso de la alia: la nombro de facoj ĉe unu estas la nombro de verticoj ĉe la alia. Sesedro havas 6 facojn kaj 8 verticojn, kaj okedro havas 8 facojn kaj 6 verticojn, kaj ĉiu havas 12 eĝojn. Simile, dekduedro havas 12 facojn kaj 20 verticojn, kaj dudekedro havas 20 facojn kaj 12 verticojn, kaj ĉiu havas 30 eĝojn. Sekvas, ke oni povus enskribi (desegni ene) sesedron en okedron tiel ke ĉiu vertico de la sesedro estas la mezpunkto de ĉiu faco de la okedro, kaj oni povas enskribi okedron en sesedron tiel ke ĉiu vertico de la okedro estas la mezpunkto de ĉiu kvadratafaco de la sesedro. Fakte, oni povus senfine enskribi en okedron: sesedron, okedron, sesedron, okedron, ktp; kaj ankaŭ inverse. Oni povus simile trakti la paron, dekduedro kaj dudekedro.

Kaj kio pri la kvaredro? Ĉu partnero mankas? Tute ne. Tiu figuro havas kvar facojn kaj kvar verticojn. Do, la inverso de la kvaredro estas alia kvaredro.

Inĝenieroj, inklude Alexander Graham Bell<sup>2</sup> kaj Buckminster Fuller<sup>3</sup>, jam de longe havis grandan intereson pri kvaredroj. Analoge al trilateroj en dudimensia geometrio, kvaredroj estas la plej simplaj kaj ankaŭ la plej stabilaj el pluredroj. Oni povas krei aliajn pluredrojn el kombinaĵoj de kvaredroj. El ĉiuj tridimensiaj figuroj, simetria kvaredro havas la malplej grandan volumenon proporcie al la surfaco (kaj sfero – ankaŭ simetria figuro – havas la plej grandan).

Se oni simetrie sekcas (transtranĉus) verticon de kvaredro, sesedro aŭ dekduedro, la kversekco estus trilatero. Figuro 4A montras rezulton de transtranĉo de vertico de sesedro (kubo); la kversekco montras trilateron. Se oni sekcas verticon de okedron, la kversekco montrus kvadraton (Figuro 4B). Se oni transtranĉus verticon de dudekedron, la kversekco estus pentagono.

Geometria Figuro	Nombro Da Lateroj Ĉe Kversekco De Vertico	Inverso	Nombro Da Lateroj Ĉe Ĉiu Facoj De La Inverso
kvaredro	3	kvaredro	3
sesedro (kubo)	3	okedro	3
okedro	4	sesedro (kubo)	4
dekduedro	3	dudekedro	3
dudekedro	5	dekduedro	5

Tabelo 2

**Oni povas vidi la rilatojn en Tabelo 2. Estas kvazaŭ transtranĉo de vertico montras facon de la inverso ( de interna pluredro).**

**Pluredroj (ne nur platonaj) montras la formojn de multaj aferoj en la naturo: kristaloj, molekuloj, eĉ atomoj. La antikvaj grekoj en sia mistikismo eraris pri multaj detaloj, sed ili ĝuste divenis kiam ili studis simetriajn pluredrojn kaj asignis la ĉefformojn el la strukturo de naturo al la platonaj korpoj, la plej perfektaj el ĉiuj.**

— verkis Steĉjo Norvell

1. Modernaj ĥemiistoj informas al ni, ke atomo de karbono havas formon de kvaredro.
2. Oni povas vidi tutan ĉambron plenplenan de diversaj kvaredroj en la Muzeo Alexander Graham Bell en Baddeck, Nov-Skotio, Kanado. La muzeo mem estas konstruita form kvaredro. La vizitanto tuj konvinkiĝas, ke la fama inventisto havis multajn interesojn krom nur telefonoj.
3. En 1985 tri ĥemiistoj (Richard E. Smalley, Robert F. Curl, Jr., kaj Sir Harold W. Kroto) eltrovis novan (trian) formon de karbono: molekulo el multaj karbonatomoj aranĝitaj kvazaŭ ĉe la verticoj de diversaj pluredroj. La grupo nomiĝas "fulerenoj", honore Buckminster Fuller, inventinto de la geodezia kupolo. Unu el tiuj karbonmolekuloj estas "bukminsterfulereno" ( $C_{60}$ ), en kiu ĉiu karbonatomo estas ĉe vertico de la pluredro kiu rezultiĝus, se oni sekcius ĉiun el la 12 verticoj de dudekedro (12 oble  $5 = 60$ ). Oni ŝerce nomas tiun formon "Bukipilko", pro ties simileco al piedpilko.

#### BIBLIOGRAFIO

**BALL W W Rouse, COXETER H S M**, Mathematical Recreations and Essays, 13a eldono. Dover Publications, Mineola, N.Y., 1987.

**DEVLIN Keith**, The Language of Mathematics. Making the Invisible Visible. W.H. Freeman and Company, New York, N.Y., 2000.

Encyclopaedia Britannica Online (abonservo atingebla per la interreto).

**FULLER R Buckminster, LOEB Arthur L**, Explorations in the Geometry of Thinking Synergetics. MacMillan Publishing Co., Inc, New York, N.Y., 1985.

**GARDNER Martin**, Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions. University of Chicago Press, Chicago, 1987.

**JACOBS Harold R**, Mathematics, A Human Endeavor. W.H. Freeman and Company, San Francisco, 1970.

La Nova Plena Ilustrita Vortaro, Sennacieca Asocio Tutmonda, Parizo, 2002.